Autor: Mariel Girad marielgirard@hotmail.com
SAN PEDRO

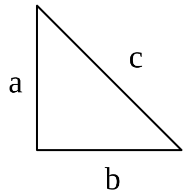
Propiedad Geométrica

Teorema de Pitágoras

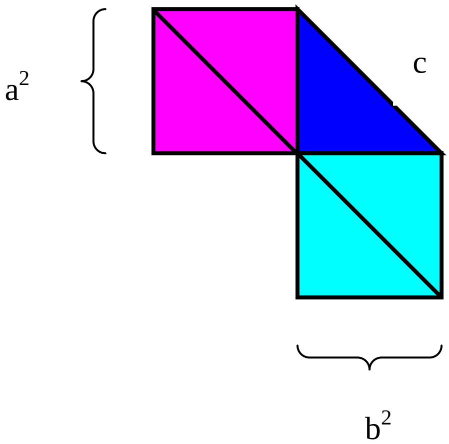
En todo triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.

Demostración 1

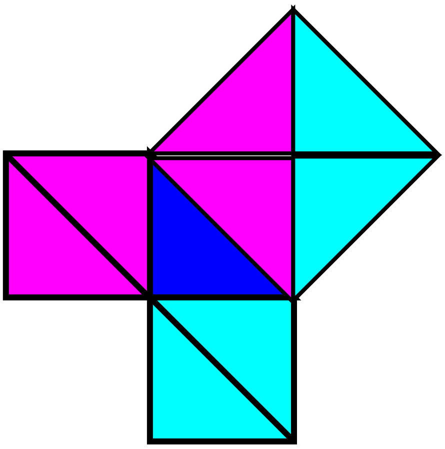
Construir en cartulina un triángulo rectángulo.



Construir dos cuadrados, uno de lado a y otro de lado b. Trazar una de las diagonales en cada uno de los cuadrados y recortar.

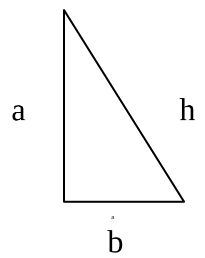


Luego tomamos los triángulos que forman cada cuadrado y los ubicamos sobre el lado c, comprobando que $a^2 + b^2 = c^2$.

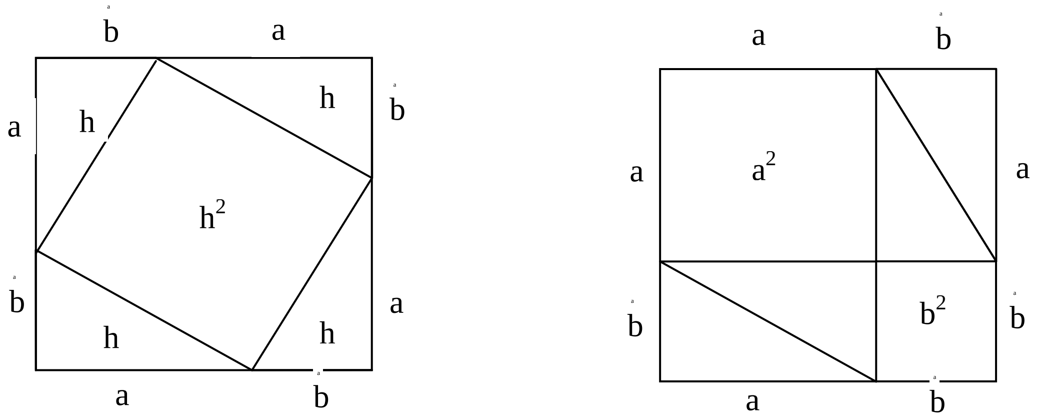


Demostración 2

Construir un triángulo rectángulo de lados a, b y h.



Construir dos cuadrados de lados a + b como se muestran a continuación:



El primer cuadrado esta formado por cuatro triángulos congruentes y por un cuadrado en el centro. El área total es igual a:

$$\text{Área} = h^2 = 4.\left(\frac{a.b}{2}\right)$$

El segundo cuadrado esta formado por cuatro triángulos congruentes y por dos cuadrados de área a^2 y b^2 respectivamente.
El área total es igual a:

$$\text{Área} = a^2 + b^2 + 4.\left(\frac{a.b}{2}\right)$$

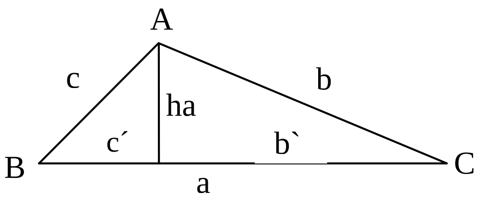
Igualando ambas expresiones y simplificando obtenemos que:

$$h^2 = \cancel{4.\left(\frac{a.b}{2}\right)} = a^2 + b^2 + \cancel{4.\left(\frac{a.b}{2}\right)}$$

$$h^2 = a^2 + b^2$$

Demostración 3

Usando las razones trigonométricas podemos verificar el Teorema de Pitágoras.
Para ello trazamos la altura ha correspondiente a la hipotenusa y consideramos la proyección paralela a ha sobre a.



En el triángulo BHA (rectángulo en H) es:

$$\text{Cos B} = \frac{c´}{c} \qquad (1)$$

En el triángulo BAC (rectángulo en A) es:

$$\text{Cos B} = \frac{c}{a} \qquad (2)$$

De 1 y 2:

$$\frac{c´}{c} = \frac{c}{a} \qquad (3)$$

En forma análoga, calculando cos c en AHC y BAC resulta:

$$\frac{b`}{b} = \frac{b}{a} \qquad (4)$$

Como en una proporción el producto de los medios es igual al producto de los extremos podemos expresar:

$$A \cdot b` = b^2$$
$$a \cdot c` = c^2$$

Sumando $a \cdot b` + a.c` = b^2 + c^2$ por ley uniforme

En el primer miembro a es factor común. Entonces:

$$a \cdot (b` + c`) = b^2 + c^2$$

y como $b` + c` = a$

Entonces: $a \cdot a = b^2 + c^2$

$$a^2 = b^2 + c^2$$

Contenidos mínimos

Demostración 1

- Construcción de triángulos rectángulos.
- Construcción de cuadrado.
- Trazado de la diagonal de un cuadrado.

Demostración 2

- Construcción de triángulos rectángulos.
- Construcción de cuadrado.
- Congruencia de triángulos.
- Área del cuadrado y del triangulo.
- Propiedad transitiva de la igualdad.
- Propiedad cancelativa.

Demostración 3

- Construcción de triángulos rectángulos.
- Trazado de la altura de un triángulo.
- Razones trigonométricas.
- Propiedad de las proporciones.
- Extracción de factor común.
- Propiedad transitiva.

¿Cuáles son las propiedades de partida, que usted considera para la entrada en el "trabajo con argumentos deductivos"?

- Propiedad de las diagonales de un rectángulo y un cuadrado.
- Propiedad transitiva.
- Propiedad cancelativa.
- Propiedad de las proporciones.
- Propiedad de los lados de un triángulo.
- Congruencia de triángulos.

¿Cuáles son los recursos y técnicas que son propios de los procesos de demostración en geometría?

- Útiles de geometría.
- Construcciones con material concreto.
- Construcción de triángulos, cuadrados.
- Trazado de alturas, diagonales.
- Puestas en común y debates.